

学科核心素养内涵的理解与解读

策划人语 2014年,教育部印发《关于全面深化课程改革,落实立德树人根本任务的意见》,将核心素养置于深化课程改革、落实立德树人目标的重要地位,为进一步深化课程改革指明了方向。什么是核心素养?核心素养指的是人适应未来社会生存和发展所需要的必备品格和关键能力。学科核心素养目前还没

有精准的定义,对学科核心素养的研究正方兴未艾,本期我们重点探讨学科核心素养的内涵是什么,课堂上发展学生学科核心素养的方法,等等。希望能给广大教师一点启发和提示!

(本刊编辑部)

小学数学核心素养体系下的运算能力

人民教育出版社小学数学室 王永春

【摘要】即将颁布的《普通高中数学课程标准》认为数学核心素养是具有数学基本特征的、适应个人终身发展和社会需要的人的思维品质与关键能力,提出了六个具体的数学核心素养要素,其中之一是数学运算,并对数学运算进行了内涵和外延的阐述。《义务教育数学课程标准(2011年版)》没有提出核心素养的理念和目标,但是提出的十个核心词之一的运算能力,与数学运算相对应;二者的界定有所区别。综上所述,本文界定了小学数学核心素养体系下的运算能力,并从数学认知、数学思想、个人发展这三个维度论述运算能力。

【关键词】数学核心素养 数学运算 运算能力

关于运算能力,笔者在《小学教育》杂志2012年第10期发表的《小学数学运算能力的培养应与时俱进》及2016年第4期发表的《小学数学计算教学改革的有效探索》均进行了主要观点的阐述,为什么还要再写这方面的文章呢?一是数学核心素养成为数学教育界的热门话题,运算能力在数学核心素养中的地位和意义是什么?二是经常有中学数学教师通过各种方式给我们提建议,应加强小学数学与中学数学的衔接,其中加强计算能力的培养是一个重要方面。从而促使我不断地思考数学核心素养下的运算能力究竟是什么,这是撰写本

文的初衷。

谈起数学核心素养,首先要从高中说起,因为这个话题是从高中课程改革开始的。

一、高中数学核心素养中的数学运算

即将颁布的《普通高中数学课程标准》(以下简称《高中课标》)把数学核心素养描述为:“数学核心素养是数学课程目标的集中体现,是在数学学习的过程中逐步形成的。数学核心素养是具有数学基本特征的、适应个人终身发展和社会需要的人的思维品质与关键能力。高中阶段数学核心素养包括:数学抽象、逻辑推理、数学

建模、直观想象、数学运算和数据分析。这些数学核心素养既有独立性,又相互交融,形成一个有机整体。”

《高中课标》的课程目标为:“通过高中数学课程的学习,获得进一步学习以及未来发展必需的数学的基础知识、基本技能、基本思想、基本活动经验(简称“四基”);提高从数学角度发现和提出问题的能力、分析和解决问题的能力(简称“四能”);学会用数学眼光观察世界,发展数学抽象和直观想象素养;学会用数学思维分析世界,发展逻辑推理和数学运算素养;学会用数学语言表达世界,发展数学建模和数据分析素养。”

根据以上目标阐述,高中数学核心素养主要有六个,前三个为:数学抽象、逻辑推理、数学建模,即义务教育阶段“四基”中的第三基;后三个为:直观想象、数学运算和数据分析,基本上代表了几何、数与代数、统计三大领域的基本思想或者能力。高中课程目标基本上延续和传承了义务教育阶段的“四基”“四能”目标;并在此基础上概括数学核心素养,同时把数学核心素养与“学会用数学眼光观察世界,用数学思维分析世界,用数学语言表达世界”(可概括为“三用”)融合,体现了数学核心素养的外在表现,即外延。

由此可以发现,数学核心素养和“三用”是对“四基”“四能”目标的进一步提炼、聚焦和提升,是整体数学素养中的精华部分,是把数学能力从数学内部和一般生活中的应用上升到用数学面对现实世界的高度,即具备数学核心素养的标志是学会“三用”。

六个数学核心素养中的数学运算,《高中课标》是这样界定的:“数学运算是指在明晰运算对象的基础上,依据运算法则解决数学问题的素养,主要包括:理解运算对象,掌握运算法则,探究运算思路,选择运算方法,设计运算程序,求得运算结果等。”数学运算是解决数学问题的基本手段,同时数学运算是一种演绎推理,是计算机解决问题的基础。

《高中课标》对数学运算的界定,既说明了内涵是什么,又比较全面地对外延做了阐述。即数学运算不仅仅关注运算的结果,还包括对问题的理解和分析、解决问题的过程与方法,这个问题不仅仅是纯数学问题,更重要的是现实生活中的问题,这是具备核心素养的标志。

二、《义务教育数学课程标准

(2011年版)》中的运算能力

《义务教育数学课程标准(2011年版)》(以下简称《义务课标》)关于运算能力,是这样描述的:“运算能力主要是指能够根据法则和运算律正确地进行运算的能力。培养运算能力有助于学生理解运算的算理,寻求合理简洁的运算途径解决问题。”《数学课程标准(2011年版)解读》明确指出:“运算能力并非一种单一的、孤立的数学能力,而是运算技能与逻辑思维等的有机整合。在实施运算分析和解决问题的过程中,要力求做到善于分析运算条件,探究运算方向,选择运算方法,设计运算程序,使运算符合算理,合理简洁。换言之,运算能力不仅是一种数学的操作能力,更是一种数学的思维能力。”

从《义务课标》对运算能力的描述来看,其着眼点在正确运算上,其次是理解算理和解决问题。

而《高中课标》没有用“运算能力”这个概念,而是用“数学运算”代替,其着眼点在解决问题的素养上,其外在表现是理解问题、掌握法则、探究思路、选择算法等。

从《义务课标》到《高中课标》对运算阐述的变化来看,把运算从传统的强调纯数学计算正确的技能,向解决问题、理解问题、掌握法则、探究思路、选择算法等数学核心素养的高度转变,强调了数学核心素养目标的重要性和贯彻落实。这个变化既是理念的转变,又是能力的转变,当然解决问题的能力包括正确计算的能力,包括理解算理等方面,即体现了数学知识观的转变。

三、小学数学核心素养体系下的运算能力

关于小学数学核心素养,笔者在《小学数学教育》2016年第12期发表

的《学生发展核心素养视域下的小学数学核心素养》中已经进行阐述。主要是从数学认知、数学思想、个人发展三个维度来分析,这三个维度并不是并列和独立的关系,是融为一体的,数学认知既是数学思想和个人发展的基础和载体,又是一个形成和运用数学思想、个人发展的心理活动。形成数学核心素养的终极标志是实现个人发展、用数学思想面对现实世界。

综上所述,小学数学核心素养体系下的运算能力可以理解为:数学运算是指在理解算理和运算对象的基础上,依据运算法则和运算律进行正确计算并解决问题的素养,主要包括:理解算理和运算对象,掌握运算法则,分析数量关系,选择运算方法,求得运算结果等。

对运算能力这样界定,体现了数学核心素养的要求,只有理解算理和运算对象,掌握运算法则,分析数量关系的正确计算和解决问题的方法,才是具备数学核心素养的标志。

据有关抽样检测表明:我国四年级学生笔算乘法的正确率是76%,居世界前列,这是可喜的结果。但是这个检测并没有对学生理解算理的情况进行检测,我们并不知道76%的学生中理解算理的学生所占的比例,这值得进一步调查研究。也就是说,按照数学核心素养的要求,76%中的部分学生在运算能力上可能不具备数学核心素养的标志。具有数学思维和思想方法含金量的计算技能是可持续发展的,是对中学以及后续学习有支撑的。

有大学对大学生入学后用当年高考数学试卷隔一段时间进行测试,研究表明,学生数学高考成绩平均达125分,到大学一段时间后的数学平均成绩降到只有60分。也就是

说,学生高中毕业后,有些知识技能会逐渐遗忘。通俗地说就是高中毕业多年后还有没遗忘的东西,还能够继续用数学的理性思维去学习、面对世界,继续会“三用”,这是数学核心素养形成的重要标志。

下面从数学认知、数学思想、个人发展这三个维度论述运算能力。

(一)数学认知

数学认知就是不断构建数学认知结构的心理活动。数学认知结构是形成数学核心素养的基础,而数学认知结构的完善程度决定了核心素养水平的高低。在数学认知维度中,主要包括三个方面:数学概念、数学规律、数学关系。

1.与运算能力相关的概念

在课程改革和核心素养的理念下,我们应坚持这样一个观点,人的数学能力包括:考试能力、生活能力和工作能力,而不应该把考试能力排除在外。另外,有研究表明:学生的数学成绩与对数学概念的理解和表征水平正相关,因此,数学核心素养下的运算能力在强调解决问题的同时,仍然要加强纯数学运算能力的培养,加强对概念的理解。

(1)整数、小数。数是对数量的抽象,我们一般的计数系统采用的是十进制制,其核心要素有两个:数字符号和位值制(数位)思想,即把十个数字符号中的若干个放在不同的数位上,即表示了一个数的大小。把握了这个本质,才有利于理解算理和算法。当然,低年级学生理解数的抽象意义是有困难的,但是要逐步让学生通过各种方式去感悟。

(2)分数。分数产生于度量和除法计算的需要,因此,分数也是从表示一个量的大小中抽象出来的,即分数与整数、小数类似,也是表示大小

的数,这样的分数可以带计量单位。另外,分数还可以表示两个数(量)之间的倍数(比例)关系,如苹果是梨的个数的 $\frac{1}{3}$,即苹果的数量:梨的数量=1:3,这样的分数不能带计量单位,百分数就是这样的分数中分母是100的分数。

分数单位是分数系统中的重要概念,是理解分数四则运算算理的基础,尤其是分母为10、100……的分数单位,是小数概念的基础。

(3)四则运算。任何一个具体的数的运算,包括四则混合运算,本质上都是把一些数按照一定的法则重新组合,最终求得一个结果,这个结果还是一个数。这样有利于理解算理算法,如 $9+3=?$ 。这是十进制制计数系统的自然数加法计算,把9和3两个数合起来,其结果是十进制制计数系统的一个自然数;因为是十进制制,所以当结果超过9,个位不够用时,就要用两个数位(十位、个位)来表示,因此产生了凑十法,即把3分成1和2,9和1凑成10, $9+3=9+1+2=10+2=12$,结果是12。如果是十二进制,就是凑十二法。

再如,乘法和除法的竖式与横式只是形式上的变化,它们的意义没有变。多数学生能够把横式 432×6 理解成6个432相加,乘法是加法的简便算法;而有些学生对竖式就束手无策了,不理解其意义,这说明有些学生对十进制制的计数原理没有真正理解,无论乘法还是除法,每一步计算的结果表示多少?写在什么位上?这需要理解十进制制的计数原理。当然,对于有些学习困难的学生,需要借助几何直观来理解算理算法。如:有6排小棒,每排432根,一共有多少根?那么学生就应该理解这样的题用加法算比较麻烦,用乘法口算容易

出错,所以要用乘法竖式计算;即6要与432这三个数字分别相乘,分别表示有多少个百、十、一,超过十的要进位;同时理解每步乘错了就会把小棒的数量算错,哪个数字漏乘,就会少算一部分小棒。因此乘错和漏乘都是不可以的。

2.与运算能力相关的规律

什么是数学中的规律?什么是数学中的关系?二者有什么区别?笔者经过思考和研究,还无法完全分清二者的区别,就数学教育界而言,似乎也没有严格的区分。那么,什么是数学中的规律呢?笔者认为规律类似于数学中的“真理”,如性质、法则、运算律、定理、公理等,是在数学概念的基础上抽象概括出来的通理通法,是运算和推理的依据。

与运算能力相关的规律主要有:

(1)整数、小数、分数、比的性质;(2)四则运算的法则;(3)四则混合运算的顺序;(4)运算律。

3.与运算能力相关的关系

什么是数学中的关系呢?(集合论对此有特定的抽象的定义,我们这里不做讨论)我们通过一些例子来说明什么是关系,生活中我们说同事关系、朋友关系、夫妻关系、母子关系等,小学数学中有因数和倍数的关系,如8是4的倍数,4是8的因数;如果速度一定,路程与时间成正比例关系。我们发现这些例子有一些共性,就是关系一般会涉及两个或者两个以上的量(事物),他们之间通过某种法则对应。如果从广义上来理解关系,还可以用联系、关联、结构等词汇描述关系,如数学知识之间的联系和关联,形成数学知识结构,数学知识结构是属于数学的,只有通过各种方法和途径把数学知识结构转化为学生的认知结构,才是属于学生

的。即学生的数学认知结构是数学核心素养的基础,结构化的数学可以使学生举一反三、闻一知十、既见树木又见森林,实现数学认知的高级目标。

(1)可视的结构。主要是各种数学模型,如:四则运算各部分间的关系式、几何公式、数量关系式、方程、函数等。

(2)隐形的结构。主要是知识间的关联和结构化,如:整数、小数、分数的关联,有理数与无理数的关联,图形之间的关联,数与形的关联,数学与生活、数学与其他学科的关联等。这些结构由于比较隐蔽,往往被很多教师忽视,而这种结构化更能够体现数学的高级知识结构和认知结构。

如:除法、分数、比这三个知识点之间的关联性很强,学生在掌握除法的概念和性质的基础上,分数的基本性质、比的基本性质就可以运用联想思想(普遍联系)和类比推理方法,结合数形结合的方法,自主探究推出。到了初中,可以进一步地推出分式的基本性质。其中蕴含了丰富的数学思想方法,还包括变中有不变的思想、恒等变形方法等。

(二)数学思想

从数学运算与其他核心素养的关系来看,数学抽象和数学推理是数学运算的基础和手段,直观想象是理解运算和培养运算能力的重要方法,运算能力是数学模型和数据分析的重要保障。在前文提到的笔者发表的文章中把运算与推理整合,主要是考虑小学数学中的推理并不是初中的几何推理证明,而是主要体现在数与计算的内容中,尤其是计算中算理的

理解,体现了推理思想,而这方面是传统计算教学中的弱项,为了加强计算算理和推理思想的教学,把运算和推理整合为运算推理思想。当然,除了运算外,在小学数学其他领域中同样存在很多推理思想。

数学抽象,这个思想看起来不容易理解其内涵及教学应用,实际上数学学习时刻离不开抽象,当然,只有抽象还不够,概念、性质等的学习还需要归纳和概括。如:教学数的认识时,通过对数量的数学抽象,先归纳概括形成了整数的十进制位制计数系统,再进一步推广到小数、分数,进行关联和整合,就把数系扩展到实数。十进制位制计数原理是整数、小数(甚至分数)计算的基础。

(三)个人发展

在个人发展维度中,主要包括:思考自学、合作交流、创新实践。思考自学就是要把学生放在主体地位上,建立以学生为主体的教学模式,培养学生独立思考、理性思维、自主学习的能力。合作交流固然重要,但前提是每个人需要具备独立思考和自主学习的能力。创新实践主要包括创新思维 and 实践能力两个方面,创新思维的重点是培养学生具有好奇心和想象力,敢于质疑,善于提出新观点、新方法、新设想,并进行理性分析,做出独立判断等。实践能力主要是问题解决,重点是善于发现和提出问题;有解决问题的兴趣和热情;能依据特定情境和具体条件,选择制定合理的解决方案等。

俗话说:教之道在于度,学之道在于悟。不同的教师可以有不同的教学风格,整体上要把握教师的讲授与

学生自学、思考、交流的关系与平衡。教学过程中要让所有学生先独立思考,让更多学生表达想法,彼此思想产生碰撞,再交流讨论,使得学生有时间去悟。如果学生有时间和空间去做、去说、去悟,活动经验自然就积累了,与其说积累活动经验是一个教学目标,不如说是一个师生关系的问题。

2016年10月在西安举办的全国小学数学核心素养下的数与计算教学观摩交流会,总体上很好地体现了数学核心素养体系下的基本理念、思想和教学方法。如启发引导学生加强新旧知识的比较和类比,结合几何直观、运用推理把新知识转化为旧知识;在此基础上理解算理、掌握算法,形成计算法则的认知结构,通过适当训练达到熟练计算,培养运算能力,包括解决一些实际问题,教学目标完成度好、师生关系融洽、加强学生自主探究与合作交流、教学过程层次清楚。因篇幅所限,这里不再举例说明,感兴趣的教师可以登录人教网观看视频。♪

【参考文献】

- [1]马云鹏.关于数学核心素养的几个问题[J].课程·教材·教法,2015(9).
- [2]中华人民共和国教育部.《义务教育数学课程标准(2011年版)》[M].北京:北京师范大学出版社,2012.
- [3]教育部基础教育课程教材专家工作委会.《数学课程标准(2011年版)解读》[M].北京:北京师范大学出版社,2012.
- [4]王永春.《小学数学与数学思想方法》[M].上海:华东师范大学出版社,2014.