

我国数学核心素养研究进展

——从数学素养到数学核心词再到数学核心素养

刘祖希

摘要：核心素养是当前教育的热点问题。国内关于数学核心素养的研究，经历了从数学素养到数学核心词，再到数学核心素养的过程。未来数学核心素养的研究工作应关注以下五个方面：厘清数学核心素养的内涵与构成要素；调查我国中学生的数学核心素养现状及其影响因素；编制符合我国国情的数学核心素养测试题；分析数学核心素养的生成机制；探索数学核心素养生成的教学策略。

关键词：数学素养；数学核心词；数学核心素养

核心素养被誉为当代基础教育的DNA。未来基础教育的顶层理念是强化学生的核心素养。^[1]近几年来，国际上兴起了有关核心素养研究的潮流，中国教育部也十分重视，正在组织专家进行这方面的研究和界定。

一、国内关于核心素养的研究进展

（一）提出核心素养的概念和研究任务

2014年3月，《教育部关于全面深化课程改革落实立德树人根本任务的意见》（简称《意见》）颁布，明确给出了核心素养的概念——“学生应具备的适应终身发展和社会发展需要的必备品格和关键能力”，并提出了“将组织研究提出各学段学生发展核心素养体系”的任务。《意见》还把核心素养作为各学科课程目标和教学要求的重要依据：依据学生发展核心素养体系，进一步明确各学段、各学科具体的育人目标和任务，完善高校和中小学课程教学有关标准；根据核心素养体系，明确学生完成不同学段、不同年级、不同学科学习内容后应该达到的程度要求。

华东师范大学钟启泉教授认为：核心素

养赋予传统的“基础素养”以新时代的内涵；核心素养是对当今时代公民素养的高度概括；核心素养的提出和界定，有助于明确我国基础教育的功能定位。^[2]

核心素养就此成为我国教育领域最受关注的热词之一，甚至有人认为，核心素养是新课标的源头，是中高考评价的核心，也是未来教育改革的关键和课程改革的核心。

（二）制订学生发展核心素养体系

2016年2月，中国教育学会发布《中国学生发展核心素养（征求意见稿）》，向教育界人士广泛地征求意见和建议。意见稿重申了上述核心素养的概念并给出了核心素养的九个指标：学生发展核心素养，是指学生应具备的、能够适应终身发展和社会发展需要的必备品格和关键能力，综合表现为九大素养，具体为：社会责任、国家认同、国际理解；人文底蕴、科学精神、审美情趣；身心健康、学会学习、实践创新。

华东师范大学王斌华教授指出：核心素养基于布卢姆的目标分类法，它的合成要素或者组合要素还是我们原来强调的知识、技能与态度；核心素养居统领地位，高于各门

学科的课程标准或教学大纲,对所有学科具有导向作用;其原意是关键能力(key competence),强调的是“关键”和“少数”,要避免“核心素养是个筐,青菜萝卜往里装”的大拼盘或大杂烩的倾向。^[3]这对我们研究各学科的核心素养有很好的指导意义。

上述两个国家层面的文件表明,我国的核心素养体系采取了“学生发展核心素养”与“学科核心素养”双线并行的模式,且前者居于上位。正是基于这样一种理解,宁波大学邵光华教授在2016年5月全国数学教育研究生论坛上指出,数学核心素养对学生发展核心素养的“贡献度”将是一项值得研究的重要课题。

二、国内关于数学核心素养研究进展

国内关于数学核心素养的研究,有一个较长的“孵化”期,大致经历了从数学素养到数学核心词,再到数学核心素养的过程。

(一) 数学素养

数学素养是当今社会公民必备的基本素养,与阅读素养、科学素养并列成为PISA测试的三大领域。21世纪的头十年间,我国多个版本的数学教学大纲、课程标准均有关于数学素养的表述。

2000年版初中、高中数学教学大纲首次以国家文件的方式提出数学素养这一概念,^[4]并将“思维能力、运算能力、空间想象能力(空间观念)、解决实际问题的能力、创新意识、良好的个性品质和辩证唯物主义观点”纳入数学素养范畴。可见我国数学教育传统的“三大能力”(思维能力、运算能力、空间想象能力)构成数学素养的主体。

2002年版《全日制普通高级中学数学教学大纲》指出:“使学生在高中阶段继续受到教育,提高数学素养”,“努力培养学生数学思维能力,包括:空间想象、直觉猜想、归纳抽象、符号表示、运算求解、演绎证明、体系构建等诸多方面,能够对客观事

物中的数量关系和数学模式作出思考和判断”。作为承前(教学大纲)启后(课程标准)的过渡性大纲,^[5]2002年版高中数学教学大纲在传统“三大能力”基础上新增了“直觉猜想、归纳抽象、符号表示、演绎证明”等能力要素,并试图用思维能力涵盖这些数学素养。

虽然2001年版《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》(以下简称《课标(2001年版)》)没有出现有关“数学素养”的表述,但2003年版《普通高中数学课程标准(实验)》、2004年版《上海市中小学数学课程标准(试行稿)》均指出,高中数学课程的总目标是:在九年义务教育数学课程的基础上,使学生获得作为未来公民所必要的数学素养,以满足个人发展与社会进步的需要。不难看出,对数学素养所作的“必要的”“满足个人发展”“社会进步的需要”等描述,已经接近今天所给出的核心素养概念。两份课程标准还指出了要“提高空间想象、抽象概括、运算求解、数据处理等基本能力”,这些能力正是数学素养的组成要素。

国内对数学素养的研究主要集中在数学素养的内涵、构成要素、培养策略、评价、教师数学素养等方面。^[4]这无疑为我们研究数学核心素养提供了借鉴。

(二) 数学核心词

《义务教育数学课程标准(2011年版)》(以下简称《课标(2011年版)》)首次出现了核心词的提法:“本标准在设计思路中提出了几个核心词:数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力、模型思想,以及应用意识和创新意识,它们是义务教育阶段数学课程内容的核心,也是教材的主线。”并指出“在设计试题时,应该关注并且体现”这几个核心词。《课标(2001年版)》的提法则是:“课程内容的学习,强调学生的数学活动,发展学生的数感、符号感、空间观念、统计观

念、以及应用意识与推理能力。”可以看出，《课标（2011年版）》不仅明确提出了核心词的概念，而且将《课标（2001年版）》的六个核心词发展到了十个。重庆师范大学黄翔教授对十个核心词作了理论解析^[6]，上海特级教师曹培英对十个核心词进行了“实践解读”^[7]，都很有启发性。但核心词与核心素养还有多大差距？

值得指出的是，“数学课程标准研制组”撰写的两部解读课程标准的专著^[8-9]都将数感等核心词称为核心概念，读者需注意与数学具体内容中的核心概念（如方程、函数）区别开来，以免混淆。

《课标（2011年版）》乍一公布，黄翔教授就敏锐地指出：“可以认为，它们（指十个核心词）是学生在义务教育阶段数学课程中应该通过培养得以发展的数学素养的核心要素，也是促进学生发展的重要方面。”^[6]

东北师范大学史宁中教授指出：“在原来课标（《课标（2001年版）》）的基础上，《课标（2011年版）》更加明确并且界定了十个关键词，用现在的话语体系，就是明确提出并界定了十个核心素养。这十个关键词是数学基本思想（抽象、推理、模型）在义务教育阶段的具体体现，比如，数感、符号意识就是针对抽象的。”^[10]东北师范大学马云鹏教授认为，把这十个核心词称为数学核心素养是恰当的。一方面，由于这些表述是数学知识技能上位的東西，与数学能力相关，但又不限于数学能力，很大程度上反映了数学思想；另一方面，核心素养是近年来关注较多的一个问题，用核心素养描述这些表述要比核心词和核心概念更贴切，更符合这些表述所反映的实质。^[11]曹培英则认为，将核心词直接改为核心素养未免过于简单，数学的核心素养，必须体现数学学科的本质，必须具有一般意义，必须承载独特的学科育人价值。^[7]

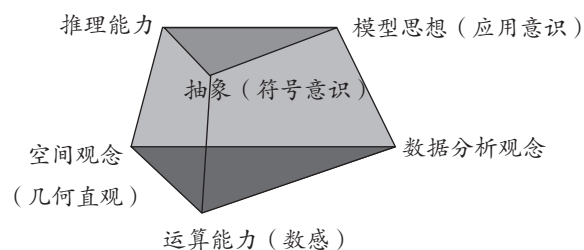
（三）数学核心素养

1. 数学核心素养的概念

依据《意见》及《中国学生发展核心素养（征求意见稿）》给出的核心素养的概念，并结合数学学科特点，即将发布的《普通高中数学课程标准（修订稿）》这样描述数学核心素养：数学核心素养是具有数学基本特征、适应个人终身发展和社会发展需要的必备品格与关键能力，它是数学课程目标的集中体现，它是在数学学习的过程中逐步形成的。

2. 数学核心素养体系

基于《课标（2011年版）》给出的十个核心词，曹培英构建了一个数学核心素养体系（如下图）。在这个三棱台结构体系中，第一层次的三个核心素养整体作用于第二层次的核心素养，因此无需一一连线表示它们之间的关系。这个体系包括六种数学核心素养，除对应十个核心词中的九个（其中有四组核心词同属一种核心素养）之外，还增加了抽象。曹培英解释说，尽管抽象不在核心词之列，但是它在数学学科与小学数学教学中的核心价值、核心地位是无人质疑的。^[7]可以看出，六种数学核心素养是九个数学核心词聚类分析的结果。



另外，在2015年11月举办的第五届基础教育改革与发展论坛上，教育部基础教育课程教材发展中心副主任刘月霞在报告中描绘了数学学科素养的构成：数学抽象、直观想象、逻辑推理、数学建模、数学运算、数据分析。她还作了进一步解释：用数学的眼光观察现实世界，发展数学抽象、直观想象素养；用数学的思维分析世界，发展逻辑推

理、数学运算素养；用数学的语言表达世界，发展数学建模、数据分析素养。这与《普通高中数学课程标准（修订稿）》的表述是一致的。

不难看出，上述两个数学核心素养体系基本一致，都是基于史宁中教授提出的数学基本思想（抽象、推理、模型）^[12]构建的，其中数学基本思想（抽象、推理、模型）是高层级的数学核心素养，数学的基本能力（运算能力、直观想象能力、数据分析能力）是次层级的数学核心素养。

3. 数学核心素养的特征

马云鹏认为，数学核心素养是数学学习者在学习数学或学习数学某一个领域时所应达成的综合性能力。数学核心素养是数学的教与学过程应该特别关注的基本素养。数学核心素养具有综合性、阶段性和持久性的特征。综合性是指，数学核心素养是数学基础知识、基本能力、数学思考和数学态度等的综合表现。数学基础知识和基本能力可以看作数学核心素养的外显表现。数学思考与数学态度作为数学核心素养的内隐特质。阶段性是指，学生的数学核心素养表现为不同层次水平、不同阶段。持久性是指，数学核心素养的培养不仅有助于学生对数学知识的理解与把握，还伴随学生进一步学习，以及将来走向生活和工作的历程。^[11]

华东师范大学张奠宙教授认为，通俗地说，数学的核心素养有“真、善、美”三个维度：（1）理解理性数学文明的文化价值，体会数学真理的严谨性、精确性；（2）具备用数学思想方法分析和解决实际问题的基本能力；（3）能够欣赏数学智慧之美，喜欢数学，热爱数学。就一个人文学科的学者（例如从事新闻、出版、法律、外语、中文、历史等专业）来说，他们的数学素养也许就是在高中学段形成的（到大学不学数学了）。对他们来说，在数学能力上要求不可过高，但是却必须具备现代的数学文化修养，能够

欣赏数学美，理解数学文明，以便在记者采访、外语翻译、小说创作、历史考察等的职业生涯中，能够应对许多与数学文化有关的常识性问题，并与他人进行基本的数学交流与探究。^[13]

4. 基于数学核心素养的数学课程目标

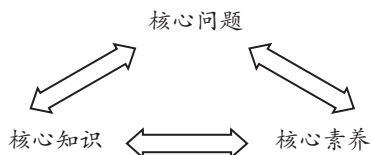
《意见》要求：“依据学生发展核心素养体系，进一步明确各学段、各学科具体的育人目标和任务，完善高校和中小学课程教学有关标准。”基于数学核心素养的数学课程目标应该是，通过数学课程的学习，提升学生作为现代社会公民所应具备的数学素养，促进学生自主、全面、可持续地发展。具体来说：（1）获得进一步学习以及未来发展所必需的数学的基础知识、基本技能、基本思想和基本活动经验（“四基”）；提高从数学角度发现和提出问题的能力、分析和解决问题的能力（“四能”）。（2）逐步学会用数学的眼光观察现实世界，发展数学抽象、直观想象素养；用数学的思维分析世界，发展逻辑推理、数学运算素养；用数学的语言表达世界，发展数学建模、数据分析素养（“三用”）。（3）提高学习数学的兴趣，增强学好数学的自信心，养成良好的数学学习的习惯；树立敢于质疑、勤于思考、实事求是、一丝不苟的科学精神；认识数学的科学价值、应用价值和人文价值。

5. 数学核心素养的生长点——数学核心问题与核心概念

有人说，核心问题是指在教学中能起主导作用，能引发学生积极思考、讨论、理解的问题，能对知识的学习、方法的探究、问题解决起到“牵一发动全身”作用的问题。也有人说，核心问题可以是针对概念的本质内涵所提的问题，也可以是为了引导学生探究知识，具有启发性的问题，还可以是在学生认知困惑处具有方法指导或思路点拨作用的问题；为此，数学的核心问题应是有利于学生思考与揭示事物本质的问题，既要符合

问题的特征，又要满足教学的需要。

上海特级教师潘小明指出：核心问题是基于课时核心知识及学生的认知水平，关注数学核心素养，引领课堂教学的情境性的问题（如下图）。



他建议“用核心问题引领探究学习，培育学生数学核心素养”，认为“学生的核心素养在问题解决的学习中生成；问题解决的学习需要核心问题引领；核心问题是培育核心素养的关键”。他还指出了核心问题的若干来源（不是全部来源）：（1）来自于教师对教材的深度发掘所制定的教学目标；（2）来自于教师对班级不同学生认知特点的充分了解；（3）来自于教师让学生先行的课堂教学活动；（4）来自于教师对学生想法的倾听、敏感和捕捉；（5）来自于教师教学实践、反思所生成的教学智慧。

人教社章建跃博士主持的“中学数学核心概念、思想方法结构体系及其教学设计的理论与实践”课题研究指出，数学核心概念的理解对数学素养的提高有关键作用，能与核心概念的联系作出具体分析，并给出从不同角度解释概念的具体例子，是数学素养高的具体表现。^[14]

数学核心问题与核心概念的研究，为落实数学核心素养找到了抓手，因此数学核心问题与核心概念是数学核心素养的生长点。

6. 有待进一步研究的问题

数学核心素养还有许多问题有待研究，比如数学核心素养的内涵、学科价值、教育价值、表现形式等，以及如何在数学教学中培养学生的数学核心素养，任重而道远。借鉴国内外对数学素养的研究，未来数学核心素养的研究工作应关注以下五个方面：厘清数学核心素养的内涵与构成要素；调查我国

中学生的数学核心素养现状及其影响因素；编制符合我国国情的数学核心素养测试题；分析数学核心素养的生成机制；探索数学核心素养生成的教学策略。^[15]

关于数学核心素养的研究，也有学者给出了建议和忠告。中央民族大学孙晓天教授指出，“联系”的两头，一头是数学，一头是真实的世界，是现实的生活。没有了“联系”，从哪里抽象，拿什么建模，凭什么推理？换言之，我们津津乐道的那些数学素养几乎全都断了由头，差不多可以免谈。在没有联系的氛围里，奢谈素养，只能是又一场夸夸其谈，素养可能会像核心概念那样成了又一片过眼云烟。^[16]这样的忠告值得我们思考。

参考文献：

[1] 林崇德. 对未来基础教育的几点思考 [J]. 课程·教材·教法, 2016 (3): 3-6.
 [2] 钟启泉. “核心素养”赋予基础教育以新时代的内涵 [J]. 上海教育科研, 2016 (2): 1.
 [3] 本刊记者. 基于核心素养的单元教学设计——第十届有效教学理论与实践研讨会综述 [J]. 上海教育科研, 2016 (2): 18-21.
 [4] 潘小明. 关于数学素养及其培养的若干认识 [J]. 数学教育学报, 2009 (5): 23-27.
 [5] 刘祖希. 用好过渡大纲, 迎接课程标准 [J]. 数学通报, 2003 (10): 43-45.
 [6] 黄翔. 数学课程标准中的十个核心概念 [J]. 数学教育学报, 2012 (4): 16-19.
 [7] 曹培英. 小学数学课程核心词演变的回顾、反思与展望 [J]. 小学数学教师, 2015 (11): 4-9.
 [8] 刘兼, 孙晓天. 全日制义务教育数学课程标准（实验稿）解读 [M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2002.
 [9] 史宁中. 义务教育数学课程标准（2011年版）解读 [M]. 北京: 北京师范大学出版社, 2012.
 [10] 曹一鸣, 等. 与数学家同行 [M]. 南京: 南京师范大学出版社, 2015: 135-136.
 [11] 马云鹏. 关于数学核心素养的几个问题 [J]. 课程·教材·教法, 2015 (9): 36-39.
 [12] 史宁中. 数学的基本思想 [J]. 数学通报, 2011, 50 (1): 1-9.

数学焦虑对学生数学素养的影响研究

——以 PISA2012 的测评结果为例

金莹 黄友初

摘要：数学焦虑一直受到数学教育研究者的关注，但很少有学者对数学焦虑与学生数学素养之间的联系进行研究。学生数学素养高低和数学焦虑没有必然联系，但是降低数学焦虑，可以提升学生的数学素养。数学焦虑和数学素养这两个方面均存在显著的性别差异，数学教育中对这些现象应该引起重视。

关键词：数学焦虑；数学素养；PISA2012

教育的根本目的是促进个体的发展，在数学教育中培养学生的数学素养，让数学在学生生活中扮演更重要的角色，已成了数学教育的发展趋势。为此，探索影响学生数学素养发展的因素，成了数学教师和数学教育研究者关注的问题。在数学素养的测评中，国际学生评价项目（PISA）是国际经济合作和发展组织（OECD）发起的一个国际比较研究，是目前全球最具影响力的测评项目之一。本文以 PISA2012 的测评结果为例，就数学焦虑对学生数学素养的影响进行分析。

一、数学焦虑的内涵

数学焦虑作为心理学上的一个热点问题，一直受到数学教育研究者格外的关注。数学焦虑是由个体在处理数字，使用数学概念，学习数学知识或参加数学考试时产生的生理变化和不安、紧张、畏惧等焦虑状态的情绪体验。^[1] Kennedy 和 Tipps 认为，凡是与数学相关的紧张不安、消极的情绪反应或数学恐惧都能称为数学焦虑。^[2] 数学焦虑对学生数学学习的影响一直是教育研究的热点之一。Suinn 和 Edwards 研究表明，非智力

[13] 洪燕君，周九诗，王尚志，鲍建生.《普通高中数学课程标准（修订稿）》的意见征询——访谈张奠宙先生 [J]. 数学教育学报，2015（3）：35-39.
[14] 课题组.“中学数学核心概念、思想方法结构体系及其教学设计的理论与实践”中期研究报告 [J]. 中学数学教学参考（高中版），2008（7、9、10）.
[15] 胡典顺. 数学素养研究综述 [J]. 课程·教材·教法，2010（12）：50-54.
[16] 孙晓天. 研究现实世界的真问题 [J]. 数学通报，

2016（4）：1-3.

（作者系上海教育出版社策划部主任，副编审，中国教育学会青少年创新思维教育研究中心理事。）

（责任编辑：李冰）