

## 基于数学核心素养发展的应用型数学实验

孙朝仁 (江苏省连云港市教育科学研究所)

马 敏 (江苏省连云港市教育局教研室)

摘要：数学应用意识是一种用数学的眼光，从数学的角度观察、分析、解决现实世界中的问题的积极的心理倾向和思维反应，也是数学的核心素养之一。它的本质要求是积极、主动地用数学，数学实验正是达成此素养目标的有效路径。在数学实验中发展数学应用意识，大致可分为现象解释、问题解决、原理探究，以及方法发现四种类型，应用型数学实验具有层次性和边界性等特征。

关键词：应用意识；核心素养；应用型数学实验

数学实验始于基本活动经验的积累，终于数学核心素养的发展。《义务教育数学课程标准（2011年版）》（以下简称《标准（2011年版）》）明确指出：数学活动经验的积累是提高学生数学素养的重要标志，帮助学生积累活动经验是数学教学的重要目标，而积累活动经验则离不开数学应用意识的支配。因此，研究数学素养视野下的应用型数学实验更具前沿性的意义和价值。

### 一、数学核心素养与应用意识

素养，即素质与涵养。素养是一种稳定的内在心理品质，一种综合了的知识、能力、行为习惯等人格化特征的集中反映，是后天学习中形成的。核心素养

是“核心的”素养，不仅是“共同的”素养，而且是“关键的”“必要的”“重要的”素养，具有“关键性”“必要性”“重要性”的核心价值，被誉为课程发展与设计的关键DNA。数学素养是指具备一定的数学知识，了解数学发展过程，懂得用数学的眼光观察问题，用数学的头脑分析问题，用数学的思想方法解决问题。在这里，数学核心素养取向可解释为数学实验背景下学生应用意识的建立与发展的科学倾向。进一步而言，提高应用意识水平是数学实验在新时期的历史使命和教育责任，建立应用意识理论体系是发展数学核心素养的理论基础。

数学应用意识是一种用数学的眼光、从数学的角度观察、分析、解决现实世界中问题的积极的心理倾向和思维反应。换言之，应用意识是应用数学知识、思想方法的心理倾向，它是基于对数学的广泛性特点和应用价值的认识，每遇到一个现实问题就产生用数学知识、方法、思想尝试解决的冲动，并且很快地搜寻到一种较佳的数学方法解决。它的本质要求是积极、主动地用数学，体现运用数学的观念、方法解决现实问题的主动性。

学者胡塞尔、维特根斯坦、哈贝马斯等的生活世界理论，从回归生活世界的哲学思考出发，认为数学应用意识的根本价值是回归生活。因此，加强数学应用，培养学生的数学应用意识是发展数学核心素养的

收稿日期：2015—10—09

基金项目：江苏省教育科学“十二五”规划重点资助课题——初中数学实验的理论与实践研究（B-a/2013/02/083）；

全国教育科学“十二五”规划2012年度单位资助教育部规划课题——初中数学实验设计与实施策略研究（FHB120483）。

作者简介：孙朝仁（1967—），男，正高级中学高级教师，江苏省特级教师，江苏省连云港市教育科学研究所所长，主要从事初中数学教育与教学研究。

价值取向。长期以来，数学应用意识的缺乏是教学中普遍存在的现象。尽管课改以来数学教学已在关注数学的应用，但真正落实到目标上还有较大差距，这是课改应该进一步强化的方面。加强数学应用，不是简单地增加几道应用题，也不仅仅是追求实际问题得以解决的数学工具价值。事实上，它体现了数学中更加本质的东西：数学应用是认识数学、体验数学的过程，学生通过这一过程能学会数学地思考，掌握数学思想方法，感悟数学的精神，并形成正确的数学态度。从根本上看，它追求的是学生数学素养的提升和创新精神、实践能力的培养、发展。

《标准（2011年版）》指出：数学素养是现代社会每一个公民应该具备的基本素养。这里的基本素养至少包含三层递进含义：一是能用数学的眼光审视生活；二是在生活中养成积累数学活动经验的习惯；三是在不断联系数学与生活的过程中自觉锻炼公共的思维力、应用力和行事观。就课程教育论的层面来说，这种素养层次观和数学教育大家史宁中、顾沛等学者关于数学核心素养的说法是一致的。他们把抽象概括（数学的基本要求）、推理、模型思想、几何直观、运算、数据观念作为数学素养教育的核心目标。就思维形态学来说，抽象概括可归结为第一层次，几何直观、运算与推理可归结为第二层次，模型思想、数据观念可归结为第三层次。事实上，应用意识在四个领域的教学中都有所体现，而上述的核心素养目标是针对所有课程内容而言的，因此无论哪种思维形态的运作都离不开人的应用意识的支配作用，否则所有的思维哲学将演变成人生玄学。

## 二、数学实验与应用意识

数学实验是学生运用有关工具（如纸张、剪刀、计算机等），在内源思维活动的参与下，通过手脑并用，借助观察、模仿、实验、猜想等手段获得体验“关键性事件”的经验，构建发展学生数学认知结构的素养型活动。这里的“纸张”“剪刀”“计算机”等物质工具只有在应用意识支配下才能发挥实体工具的作用。就此而言，数学实验物质化工具本身具有应用意

识的客观性特征。定义中的“观察”“模仿”“实验”“猜想”等行为动词是应用意识支配的动作结果，从这个层面来说，数学实验动作结果又具有应用意识的主观性特征。无论是应用意识的主观性特征，还是客观性特征，在一定层面都反映出数学实验教育给人的发展带来了应用意识和创新意识的二维时空。

严世健教授认为，数学意识是指人们在数学学习、数学应用的过程中，逐渐形成的对数学的见解和看法。数学意识通常可以在三个不同的层次中表现出来：第一，在生活实践方面，数学意识表现为能够主动地用数学知识来观察、分析、处理一些问题。这里主要体现了数学观察推理意识、数学敏感性等。第二在数学学科内部，表现为能够理解数学的学科意义，理解数学知识的内涵，懂得数学知识的应用价值等。数学中有许多概念，从深层次讲，它们代表的是一种意识或观念。第三，在数学文化方面，也蕴含着一定的数学意识——理解数学这门学科的科学意义、文化内涵，懂得数学的美和价值等。在数学实验学领域，应用意识是数学意识的子概念，数学意识支配下的数学素养源于应用意识，终于创新意识。就数学核心素养教育形态来看，数学实验的应用意识具有实践性特征——实验和应用的本身特征具有实践性；关系性特征——实验和应用的目的终归于某种关系的理解或建立；文化性特征——实验和应用动作对象离不开文化载体的承载。因此，数学实验在实践性、关系性和文化性层面具有应用意识的相关特征。

一方面，数学实验的应用意识是人的数学素质的重要部分；另一方面，数学实验的应用意识又广泛地支配人的数学行为及数学知识的应用。数学应用意识被认为是现代社会高素质人才必备的素养。

苏科版《义务教育教科书·数学》设置了“数学实验室”“数学活动”“课题学习”等素养型栏目，为引导学生动手做数学提供了必备素材和基本线索。微型实验室的建立为师生动手做数学提供了可借鉴的资源包，数学活动的半开放、半封闭设计为师生用数学提供了基本问题的工作样板，而课题学习类探究活动又为师生探索数学提供了时空转移的基本路径。这些具有摆脱传统课堂束缚特点的“自发做”“自觉用”“自

主探”的自然行为，具有反哺应用意识生长的作用，并在应用意识的逻辑起点上具有了创新的意义和素养化的典型特征。

### 三、应用型数学实验的基本特征

课题组在多年的研究基础上，编写了《数学实验手册》（以下简称《手册》），要求实验的内容与呈现要注重操作性、实证性、探究性和发展性，突出物化的实验能形象地反映数学原理和观念，强调问题解决和思维价值，实现数学认知与经验的同步生长。

#### 1. 层次性特征

《手册》中突出应用意识特征的实验主要表现在三个层面。

一是体现在抽象算理直观化。例如，七年级下册数学实验“平面图形的密铺”，经历该实验学生不仅能习得图形密铺的意义，而且能让原本不好理解的二元一次方程整数解的意义外显，这就凸显了应用意识的应用价值。

二是体现在用规律找规律的复合思维形态。例如，七年级上册数学实验“用字母表示数”，经历该实验学生不仅能明白用字母表示数的意义，而且为方程建模思想的萌芽奠定了思维基础，这就凸显了应用意识的思维价值。

三是体现在类同方案设计的创新化倾向。例如，七年级上册数学实验“月历游戏”，学生经历该游戏实验不仅完成了算术思维向代数思维的转化，而且亲身体验到用方程思想解决问题的优越性（简洁、方便）。编制类似的实验游戏，让“用”的特征格外凸显，具有立体时空感（Y型、T型等），这就凸显了应用意识的发展价值。

#### 2. 边界性特征

有学者从英国哲学家吉本斯的“知识生产模式理论”出发，认为数学实验的价值是智慧统整和知识统整。数学实验研究课题组认为统整从属于哲学范畴，具有应用意识的辩证意义。从这个意义上来理解，应用意识又是变化发展的，具有时空边界性特征。

例如，上述实验案例“用字母表示数”基于基本

图形的视角引导学生用数学，让学生“用”的思维意识处于收敛、有序的状态，实现了原型定向到原型内化的素养型目标，就这个层面而言具有积极应用的意义。但是实验价值尺度定位在应用意识范畴内，基本图形思想这时又造就了一种思维依赖性，进而因产生定势而给用数学带来了消极意识。因此，研究者认为用规律贵在封闭式开放，以回归实验的用数学意识作为思维边界更具素养教育的意义。

### 四、应用型数学实验的基本类型

应用意识不是数学学科所特有的，但数学应用意识也有其特指的意义。笔者认真研究了《手册》（共5册）中的81个实验主题之后，结合数学应用意识的《标准（2011年版）》要求，发现应用型数学实验大致可分为四种基本类型：现象解释型、问题解决型、原理探究型和方法发现型。其中，现象解释型在《手册》占26.5%、问题解决型占12.3%、原理探究型占34%、方法发现型占27.2%，这也从另一方面佐证数学实验重在帮助学生理解数学这一观点。

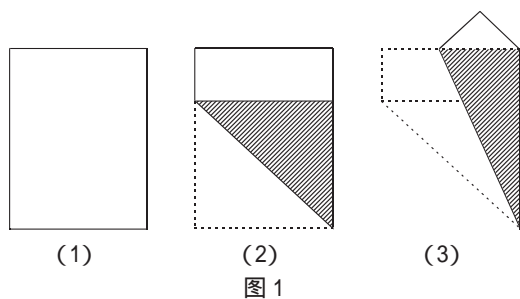
#### 1. 现象解释型和问题解决型

《标准（2011年版）》表述了数学应用意识的含义：有意识地利用数学的概念、原理和方法解释现实世界中的现象，解决现实世界中的问题。这里实际指的是主动“用”数学知识的意识，这种意识的指向是“数学知识现实化”。仔细分析，这里含有两种类型的数学实验。

其一，现象解释型，即要有意识地利用数学的知识去解释现实世界中的诸多现象。学生面对日常生活中的一些现象，应该具有一定的数学敏感性，要善于从数学的角度去解释这些现象。例如，通过抛掷骰子以及利用excel产生随机数解释无理数的存在现象，以及无限不循环的基本特征；通过动手折叠尝试解释从平面到立体之间转换的现象；通过画图、快速翻动，解释小鱼游动现象产生的原因，揭示图形平移的变化过程；通过折等腰三角形的角平分线、高以及中线，解释三线为什么交于一点的现象；通过硬纸条制作框架的活动，解释三角形的稳定性和多边形（边数大于



3) 的不稳定性的现象；通过抛掷两枚骰子，感受两枚骰子向上点数的和有多种情形，解释可能性存在大小的情形；等等。又如，通过对 A4 纸的长与宽的估计、度量、折叠等活动，探索 A4 纸长与宽的比值，解释无理数的存在现象。可设计如下实验：将一张 A4 纸按照如图 1 所示的方式折叠（先折出一个正方形，再将折叠后的纸片 45°角对折），发现正方形的对角线与原 A4 纸的长边恰好重合，进而发现 A4 纸的长与宽的比为  $\sqrt{2} : 1$ ，从而帮助学生理解无理数的存在现象，这比教师的口头讲解效果要好得多。



其二，问题解决型，即有意识地运用数学知识去解决现实生活中的问题。例如，应用数值转换机的算法思想解决居民用水收费以及出租车收费问题；通过观察钟面上时针与分针转动的规律，建立一元一次方程解决问题；通过用一副或多副三角尺拼角的过程解决用模板拼角的问题；通过不同形状的三角形、四边形、五边形、六边形、八边形纸片拼图，解决密铺所满足的条件问题；通过操作、比较、计算等活动，探究无盖长方体纸盒的最大容积，经历建立模型解决问题的过程，渗透逼近思想；等等。又如，可以通过测量硬币的厚度和质量的实验，体会二元一次方程组是解决实际问题的一个有效的数学模型。可以设计如下的实验：(1) 设计一种方案，分别测量出一枚 5 角和一枚 1 元硬币的厚度和质量；(2) 将一些 5 角和 1 元的硬币混合在一起叠起来，用尺量出它的厚度，此时你能知道分别有多少枚 5 角和 1 元的硬币吗？为什么？(3) 如果再用天平秤出这些硬币的质量，这时你能知道这些硬币中 5 角和 1 元各有多少枚吗？(4) 分小组提出类似问题，并利用二元一次方程组进行解决。实验是以测量的形式呈现，可以使学生经历“实际问题—建立数学模型—应用已有知识解决问题”的过程，较好地

增强了学生的问题意识和自主探究意识，并发展了学生的数学应用意识。

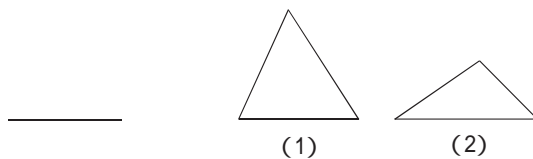
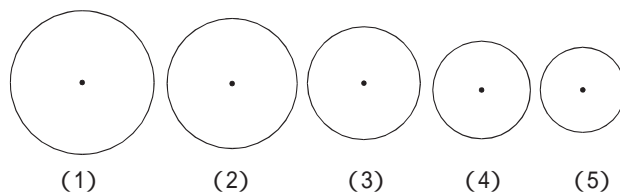
## 2. 原理探究型和方法发现型

《标准（2011 年版）》表述了数学应用意识的另一层含义是：认识到现实生活中蕴含着大量与数量和图形有关的问题，这些问题可以抽象成数学问题，用数学的方法予以解决。这里指的是对现实生活主动进行数学抽象的一种意识，它的目标指向是现实问题数学化。这里也包含两种类型的数学实验。

其一，原理探究型，即有意识地运用数学知识去发现、探究新的原理、规律、公式等。例如，通过无序的尝试翻牌，以及赋值计算发现隐藏于翻牌背后的一般规律；从“折叠成无盖的盒子”到“折叠成正方体”，再到“折叠成标有字母的正方体”探究从平面到立体的变化原理；通过动手操作硬纸条是否能拼成三角形，探究三角形三边之间的数量关系；通过度量、拼图、分割等操作过程，探索多边形的内角和，以及通过度量、剪拼、转笔等操作活动，探索多边形的外角和；通过将三角形叠合，发现两个三角形全等的各种情形，探索两个三角形全等的条件；等等。

又如，利用圆形透明纸片覆盖线段、三角形等活动，探索最小覆盖圆与线段、三角形之间的关系。可设计如下实验流程。

(1) 将《手册》附录中的透明圆形纸片（如图 2）揭下来，覆盖在图 3 中的线段上。哪些圆能完全覆盖线段？恰好能完全覆盖线段的圆是哪一个？这个圆和线段有何关系？给出最小覆盖圆的定义。



(2) 将《手册》附录中的透明圆形纸片（如图 2）揭下来，覆盖图 4 中的这两个三角形。分别找出这两

个三角形的最小覆盖圆. 它们的最小覆盖圆与这两个三角形有何关系? 与同伴交流.

通过上述的实验操作活动, 可以探究出线段的最小覆盖圆是以该线段为直径的圆, 直角三角形和锐角三角形的最小覆盖圆是该三角形的外接圆, 而钝角三角形的最小覆盖圆则是以钝角所对边为直径的圆, 进而让学生应用所得到的规律解决新的问题, 如怎样确定矩形的最小覆盖圆等, 可较好地发展学生的数学应用意识.

其二, 方法发现型, 即有意识地将现实生活中蕴含的与数量和图形有关的问题抽象成数学问题, 发现新的数学方法. 例如, 通过利用火柴棒搭正方形、三角形的游戏, 发现拼图的方法; 通过透明纸画平行线、垂线发现不完全归纳法; 通过对 A 型, B 型, C 型纸片各若干进行拼图, 尝试利用数形结合思想发现因式分解的方法; 通过不同的拼图活动, 得到证明勾股定理的不同思路与方法; 通过“剪出中心对称图案”, 发现设计中心对称图形的方法; 通过寻找三角形硬纸板重心的过程, 发现重心的寻找方法; 通过测量旗杆的高度, 经历探索测量物体高度的过程, 发现测量物体高度的方法; 等等.

又如, 可借助地图、路线图、棋盘等实物, 探索确定物体位置的不同方法, 发展学生的数学应用能力. 可设计如下实验流程.

(1) 图 5 是教室座位平面示意图, 如果将第二排第 3 号记作  $(2, 3)$ , 试将  $(3, 2)$ ,  $(4, 6)$ ,  $(5, 7)$ ,  $(1, 4)$  这几个位置涂上颜色. 并用同样的表示方法将图中丁丁、当当、东东的所在位置表示出来.

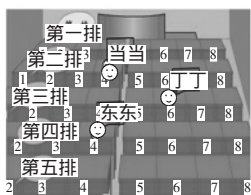


图 5

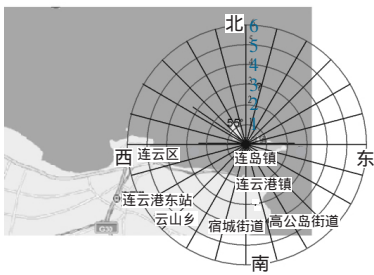


图 6

(2) 秦山岛在连岛镇的北偏西  $55^\circ$  方向, 且与连岛镇之间的图上距离为 5 cm. 试利用图 6, 找到秦山岛的位置.

相对于连岛镇来说, 高公岛街道在什么位置?

本实验先让学生根据一对数对确定座位位置, 能根据位置写出一对数对, 在应用中发现确定平面内一个物体的位置可用一对有序实数来表示. 再让学生通过定位, 发现用方向和距离也可确定平面内物体的位置. 这样在应用的过程中不知不觉地让学生了解不同方法可以确定物体所在的位置, 并了解用数据可以表示物体的具体位置, 也同样较好地发展了学生的应用意识.

数学是现实世界的抽象反映, 它反映各种现象的本质. 数学实验产生与发展的过程也是发现问题、提出问题、分析问题、解决问题的过程, 教师的根本任务就是通过合情推理还原这个过程, 挖掘隐藏在这些知识背后的思想方法和逻辑关系. 数学实验的价值理应在由直观的“做”转型到有意识的“用”. 对学生应用意识的培养, 要注重在数学实验教学中联系学生的生活实际, 回归生活的本来面目, 加强学生“由数学看现实, 由现实想数学”的意识和习惯的渗透和培养, 以此发展学生的数学应用意识, 回归素养为重的常识.

### 参考文献:

- [1] 朱桂凤, 孙朝仁. “素养取向”下数学教学的“四能”[J]. 教育研究与评论, 2015(5): 25-28.
- [2] 蔡清田. 台湾十二年国民基本教育课程改革的核心理念[J]. 上海教育科研, 2015(4): 5-9.
- [3] 何勇, 曹广福. 数学课堂如何兼顾学生数学素养与应试能力[J]. 数学教育学报, 2014(2): 60-62.
- [4] 钟启泉. 综合实践活动: 涵义、价值及其误区[J]. 教育研究, 2002(6): 42-48.
- [5] 孙朝, 马敏. 开展数学实验教学的可行性调查与分析[J]. 中国数学教育(初中版), 2013(4): 8-12.
- [6] 钱卫华. 优化设计数学实验 培养学生数学素养[J]. 中国数学教育(初中版), 2013(6): 15-17.