

中国学生发展的数学核心素养概念 界定及养成途径*

孔凡哲 史宁中

[摘要]中国学生发展的数学核心素养，作为学生发展核心素养在数学学科中的具体化，既具有学生一般发展所必需的素养，更具有数学发展所必需的成分，后者的权重更大。数学核心素养的本质在于用数学的眼光观察现实世界、用数学的思维思考现实世界、用数学的语言表达现实世界的综合素养；数学核心素养是学生经历数学化活动之后所积淀和升华的产物，这种产物对学生在数学上的全面、和谐、可持续发展起决定作用。数学核心素养包含三种成分：一是学生经历数学化活动而习得的数学思维方式，二是学生数学发展所必需的关键能力，三是学生经历数学化活动而习得的数学品格及健全人格养成。其中，关键能力包括数学抽象能力、数学推理能力、数学建模能力、直观想象能力、运算能力、数据分析观念。学生只有亲身经历数学化活动，才能真正形成数学核心素养。

[关键词]核心素养；数学素养；学生发展

[中图分类号]G623.5 **[文献标识码]**A **[文章编号]**1009-718X(2017)06-0005-07

当前，中国学生发展核心素养成为教育领域关注的热点与难点^[1-3]，而深入数学、语文等具体学科的核心素养的内涵研究方兴未艾。作为基础教育改革发展的“领头雁”学科，数学备受关注，中国学生发展的数学核心素养自然成为研究焦点和主攻目标之一。

究竟什么是中国学生发展的数学核心素养，虽仁者见仁、智者见智，但也鱼龙混杂^{[4][5]}、难辨真伪。

对此，我们必须把握为什么、是什么、怎么做等核心问题，从源头加以分析。

一、素养与核心素养

核心素养是个人终身发展、融入主流社会和充分就业所必需的素养的集合。核心素养聚焦“全面发展的人”，而学生发展核心素养指“学生应具备的、能够适应终身发展和社会发展需要的必备品格和关键能力”^[6]，其中的关键词是“素养”“品格”“关键能力”。

经济合作与发展组织（OECD）之所以最早提出“素养”一词，其动机在于“所有OECD成员国

孔凡哲 东北师范大学教育学部 教授 博士生导师 130024

史宁中 东北师范大学数学与统计学院 教授 博士生导师 130024

*本文为国家社会科学基金“十二五”规划2012年度教育学重点课题“中小学理科教材难易程度国际比较（高中数学）”（AHA120008）的研究成果之一。

均对民主价值观的重要性和实现可持续发展达成共识”，并将其简洁界定为：素养（competency）是在特定情境中、通过利用和调动心理社会资源（包括技能和态度），以满足复杂需要的能力。^[7]

而欧盟将“素养”界定为：“素养是适用于特定情境的知识、技能和态度的综合。”^[8]这里的“情境”主要指个人情境、社会情境和职业情境。

钟启泉认为，“核心素养研究……从其发展趋势看，大体涉及‘人格构成及其发展’、‘学力模型’和‘学校愿景’研究三大领域”^[9]；张华认为，“素养是一种以创造与责任为核心的高级心智能力”，“将认知性素养和非认知性素养同时关注，体现了知识社会的新要求”^[10]。

参照经济合作与发展组织、联合国教科文组织、欧盟以及美国等国家提出的“key competences”，结合我国基础教育改革发展实际，我们可以把核心素养理解为：后天习得的、与特定情境有关的、通过人的行为所表现出来的知识、能力和态度，综合表现为学识特征、能力特征、品质特征，涉及人与社会、人与自己、人与工具。

毋庸置疑，核心素养是党和国家的教育方针的具体化。从“学科为本”、“知识为本”到“过程为本”，发展为今天的“核心素养为本”，致力于回答培养什么样的人。而学生的学习涉及知、情、意、行和人格，业已实施多年的各科课程标准围绕知识与技能、过程与方法、情感态度和价值观，恰恰缺少人格塑造，《中国学生发展核心素养》不仅弥补了课程标准在健全人格塑造等领域的缺憾，而且直指立德树人的教育根本任务，最终形成以学生发展为核心的完整育人体系。

中国学生发展核心素养的三个方面（即文化基础、自主发展、社会参与），其六大素养综合表现（即人文底蕴、科学精神、学会学习、健康生活、责任担当、实践创新），以及具体细化的国家认同等十八个基本要点，^[11]不仅涵盖了课程标准所涉及的认知、情感、意志以及过程方法的要求，而且将人格发展纳入其中，不仅将当今信息社会所必需的“学会学习”等关键能力凸现出来，而且将“必备

品格”纳入其中，关注道德创造，继承中国传统文化的精髓，在继承中发展，在传承中创新。帮助学生获得核心素养“是为了使学生能够发展成为更加健全的个体，能够更好地适应未来社会的发展变化，为终身学习和终身发展打下良好的基础，并且能够达到促进社会良好运行的目的”^[12]。

二、数学核心素养的成分分析

究竟如何理解数学核心素养的成分，国内尚无定论。

建构“中国学生发展的数学核心素养”新概念，必须从源头分析把握，这个源头就是“数学学习对中国学生发展究竟起哪些特殊的、其他学科无法替代的作用？”“数学核心素养作为中国学生发展核心素养的数学学科延伸，究竟在哪些方面服务于中国学生发展核心素养？”，只有理清了这两个原始问题，才能明确界定“中国学生发展的数学核心素养”。

（一）数学核心素养具有鲜明的数学学科特性

数学核心素养作为学生发展核心素养在数学学科中的具体化，既具有学生一般发展所必需的成分，更具有数学发展所必需的特殊要求，而后者的要求更强烈。

正如林崇德指出的：“研制中国学生发展核心素养，根本出发点是全面贯彻党的教育方针，践行社会主义核心价值观，落实立德树人根本任务。”^[13]

中国基础教育的各个学段，无论是义务教育阶段，还是高中阶段，都是为了更好地达成教育的根本目标，以更好地适应信息时代对人才的需要和对公民素养的基本要求。

作为基础教育的必修课程和主干课程之一，数学对于提升民族素养、确保国家旺盛的创新力，具有其他学科无法替代的独特作用，这种作用不仅体现在2001年实施至今的基础教育课程改革倡导的知识与技能、过程与方法、情感态度和价值观，即“三维目标”方面，而且表现在，数学对于塑造健全的人格、提升国家创新力等方面也具有良好的促进作用。而世界发达国家（美国等）与国际组织（欧盟、OECD）都已将数学素养纳入现代公民基本

素养的主体部分。

事实上，中小学数学教育（与人的行为有关）的终极目标就在于，会用数学的眼光观察现实世界、会用数学的思维思考现实世界、会用数学的语言表达现实世界。其中，“数学眼光”更多地指向数学抽象、直观想象，“数学思维”更突出地表现为逻辑推理、数学运算，而“数学语言”更多地体现为数学模型、数据分析。为此，正在修订之中的国家高中数学课程标准将数学核心素养界定为：学生应具备的、能够适应终身发展和社会发展需要的、与数学有关的关键能力和思维品质。这种理解恰恰基于数学自身的特殊性（即数学的突出特征），亦即，数学高度的抽象概括性（从而更具有一般性、普适性）、数学的严谨性和应用的广泛性，也兼顾了高中教育的特殊性。

（二）数学核心素养必须经过真正意义上的数学学习才能形成

数学核心素养是否是学生数学学习的必然产物？答案是否定的！

死记硬背作为当下中小学数学学习依然存在的一种方式，其结果能否促使学生形成数学核心素养？不言而喻，采取死记硬背方式，学生对数学内容的理解和把握大多是不正确的，伴随认知过程所产生的情意过程大多是消极、负面的，死记硬背、机械训练所形成的数学技能往往是片面、畸形的，相应的数学能力其实很难形成，而未能获得理解、尚未内化的数学学习过程对于学生健全人格的塑造，其实是负面的。这也是在义务教育阶段学生学习状况调查中，即使是优秀生，虽然都不赞成“数学课枯燥无味”的观点，但“并不盼望上数学课”^[14]的原因。而调查表明，“灌输式教学仍是目前教师主要采取的教学方式”^[15]，进而，“枯燥的、乏味的、死板的教学方法可能引起学生厌学情绪”、学生“讨厌数学、憎恨数学”成为1999年中小学数学课堂的必然现象。然而，2016年1月，针对农村初中生数学学习状况的调查显示，“心情为负面的有36.79%”、“很期望上数学课的学生（仅占）21.45%”和“（数学课）终于下课了的学生达

到16.33%”，而“在常规的数学课堂教学中，占据主导地位的教学方法还是讲授法和问答法”^[16]。由此看来，尽管我国基础教育课程改革历时十五年有余，被动接受仍是学生最常见的学习状态。

正如国际上极负盛名的荷兰数学家、数学教育家弗兰登塔尔(H. Freudenthal, 1905—1990)的经典观点“与其说学数学，倒不如说学习数学化”^[17]，这个观点道出了数学学习的本质。“数学化其实就是从（数学外部的）现实世界到数学内部，从数学内部发展，再到现实世界中（以及应用于其他学科之中）的全过程，数学化的本质在于三个阶段，即现实问题数学化、数学内部规律化、数学内容现实化”^[18]。在中小学数学学习中，数学化是学生自己的数学活动，毕竟，无论经验的积淀、基本思想的初步形成，还是数学抽象能力、推理能力、建模能力的培养，都离不开学生的主动参与、独立思考和亲身实践，离不开学生的自我建构。

因此，（学生发展所必需的）数学核心素养是学生亲身经历数学化活动之后所积淀和升华的产物，这种产物对学生在数学上的全面、和谐、可持续发展起决定作用。学习数学本质上就是学会数学化，也就是学会“戴一副数学的眼镜”思考问题、分析处理问题，用数学思维方式提升自己的幸福指数，拓展自己的生存空间。^[19]无论是小学的数学学习，还是初中、高中的数学学习，都是为提高学生的数学素养、为学生自身的可持续发展、为人类的可持续发展作出贡献。

综上，建构“中国学生发展的数学核心素养”概念的内涵，必须立足两个基本出发点：

出发点1：中国学生发展的数学核心素养，具有典型的数学学科特性，是数学学习所特有的，并无法通过其他的学科学习替代。

出发点2：中国学生发展的数学核心素养，是中国学生发展核心素养在数学学科中的具体化，并与其他学科核心素养一起，对于学生的全面发展与终生可持续发展共同发挥作用。

（三）数学核心素养的主要成分

在基础教育阶段，学生需要学习的课程内容不

仅涉及知识与技能、过程与方法、情感态度和价值观念，而且，更需要触及健全人格的塑造与知行合一。“基础教育的使命是奠定每一个儿童学力发展的基础和人格发展的基础”，而“人格在活动中并且唯有通过活动才能得到发展”。^[20]

因此，数学学习过程既是“情知对称”的过程^[21]，即认知过程与情感、意志过程相辅相成的过程，也是习得新知、经历过程、感悟智慧、塑造健全人格的过程。

从而，基于建构“中国学生发展的数学核心素养”概念内涵的两个基本出发点，就我国小学、初中、高中各个学段的总体特点，中国学生发展的数学核心素养必须涵盖三种成分：

一是学生经历数学化活动而习得的数学思维方式；

二是学生数学发展所必需的关键能力；

三是学生经历数学化活动而形成的良好的数学品格及健全人格养成。

其中，关键能力包括数学抽象能力、数学推理能力、数学建模能力、直观想象能力、运算能力、数据分析观念。

心理品格一般主要包括性格、兴趣、动机、意志、情感等方面。数学品格及健全人格养成，特指长期从事数学活动，有助于养成实事求是、一丝不苟等品质，有助于形成良好的数学学习动机、激发浓厚的数学学习兴趣，形成丰富的数学情感及意志力，这些心理品格不仅具有良好的数学特征，而且有助于塑造健全的人格，其主体统称非智力因素。正如林崇德指出的，“所谓非智力因素是指除了智力与能力之外的又同智力活动效益发生交互作用的一切心理因素，包含情感过程、意志过程、个性意识倾向性过程、气质、性格等。非智力因素……对智力与能力的发展也有促进作用”^[22]。

事实上，在数学活动中，学生对于精确严密的逻辑推导、思维缜密的计算过程等之中所蕴含的数学情感长期积累的结果，乃是诚实、顽强、谨慎、勇敢和一丝不苟等品质的形成过程，正如苏联著名数学教育家B.B.格涅涅柯指出的，“数学内容本身

无疑会激起正直与诚实的内在要求……教师本身酷爱课题就会使他去积极培养学生类似的感情……这不由地参与到形成学生道德基础的过程中去了”^[23]。法国著名数学家雅克·阿达玛（Jacques Solomon Hadamard, 1865—1963）在阐述数学领域的发明心理学时曾断言，“发明就是选择，选择是被科学的美感所控制的”，“逻辑起始于初始的直觉”，“几何想象往往是在直觉中产生的”^[24]，而国内著名数学家徐利治、朱梧槨等指出，“数学是一种文化，这也是古今有之的一种共识，只是由于数学科学在应用上的极端广泛性，特别是18世纪微积分诞生以来，它在应用上的光辉成果，更是一个接着一个，久而久之，数学所固有的那种工具的品格就愈来愈突出，以致人们渐渐淡忘了数学所固有的和更为重要的那个文化素质的品格”^[25]；更明确地说，“数学有两种品格，其一是工具品格，其二是文化品格”，“数学无形地渗透在科学的每个分支里，为其提供必要的工具；数学是理性精神的化身，深刻地影响着人们的观念、精神以及思维方式的养成”。^[26]

反观国内现有的关于学生数学核心素养的观点，“小学数学核心素养包括数学人文、数学意识和数学思想三大要素及诸多二级细分”缺少数学所特有的定性思考、定量把握等思维方式；“将《义务教育数学课程标准（2011年版）》界定的10个核心词，即数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力、模型思想、应用意识和创新意识，作为十个核心素养”^[27]，恰恰忽略了数学品格及健全人格养成；而“数学素养是由数学知识与技能、数学思想与方法、数学能力与观念等组成”^[28]的观点有泛化趋向，“数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算、数据分析”作为修订高中数学课程标准期间被笔者同行频频谈及的关键词，更多地表达了高中数学所特有的数学核心能力而非数学核心素养。

总之，中国学生发展的数学核心素养是指，学生应具备的、能够适应终身发展和社会发展需要的、起主要作用的数学素养，既包括数学思维方

式,也包括数学关键能力;既包括数学自信心、严谨求实的科学态度,也包括责任担当、理性精神等在数学上的具体体现,诸如具有规则意识、崇尚平等、崇尚真知等等。中国学生发展的数学核心素养,其核心与要害在于,从数学的视角发现问题、提出问题并加以分析和解决的综合素养,在于用数学的眼光观察现实世界、用数学的思维思考现实世界、用数学的语言表达现实世界的综合素养。

三、中国学生发展的数学核心素养的养成途径

“中国学生发展核心素养的落实需要通过课程改革、教学实践、教育评价”^[29]三个渠道加以落实。课程、课堂、评价的确是学生发展所必需的数学核心素养养成的主渠道。

(一) 培养学生的数学核心素养,必须依托素养为本的数学课程教材设计

如众所知,我国基础教育课程改革自2001年到今天,经历了从知识为本的课程设计,发展为过程为本、关注学生发展的课程设计。而不同的课程设计,其关注点、侧重点可能具有显著差异。如何将“建立以学生核心素养为统领的课程体系”落到实处,构建核心素养为本的课程教材设计,成为当前亟待解决的难题。

事实上,按照义务教育课程标准(实验稿)编写的各科教科书,尚未真正摆脱知识为本的设计理念,而历经十余年的改革发展,特别是课程教材设计整体水平的提升,现行的义务教育课程标准(2011年版)各科教科书,几乎都是义务教育课程标准(2001年版)各科教科书的修订版,几乎都是修修补补式的发展。虽然从过程为本的课程教材设计走向核心素养为本的课程教材设计的历程并不遥远,但究竟如何完成这项艰巨任务仍在未知中。是另起炉灶?还是修补式的改良?国家目前尚未将其列入议事日程。可喜的是,正在修订中的高中数学课程标准已将教科书编写纳入其中,明确提出“感悟数学思想,积累思维的经验,形成和发展数学核心素养”等具体要求。

(二) 培养学生的数学核心素养,需要教师帮助学生亲身经历数学化的过程,获得理解性掌握,在获知过程中提升数学核心素养

学生只有亲身经历数学化活动,才能真正形成数学核心素养。传统意义上的死记硬背、机械训练,对于积淀和形成数学核心素养并没有多少正面的促进作用,相反地,其负面影响更大。

毋庸置疑,“大胆猜测、小心论证”“定性思考、定量把握”作为基础教育阶段典型的数学思维方式,其培养过程必须融入中小学校的日常教学之中。

以平方差公式 $a^2-b^2=(a+b)\cdot(a-b)$ 的教学为例,采取演绎式的课程呈现方式与课堂教学方式,对于培养“大胆猜测、小心论证”的思维方式,几乎是不可能的。只有采取归纳式的课程呈现方式与课堂教学方式,才能见效:

问题:能否将代数式 a^2-b^2 分解为两个代数式乘积的形式呢?

1. 不妨从最简单的情况入手:

令 $b=1$,先讨论 a^2-1 的情形。

a^2-1 能否分解为两个代数式乘积的形式呢?

尝试着借助自然数的分解来思考:

如果 $a=1$,那么 $a^2-1=1-1=0$, $0=0\times 0$ 。结论很不明朗!

如果 $a=2$,那么 $a^2-1=4-1=3$, $3=1\times 3$ 。结论仍不明朗!

继续试验,如果 $a=3$,那么 $a^2-1=9-1=8$,而8除1和自身外,有两个因子2、4,而8的确可以拆成 2×4 ,而 $2=3-1$, $4=3+1$ 。结论已经开始明朗!

继续试验,如果 $a=4$,那么 $a^2-1=16-1=15$,而15除1和自身外,只有两个因子3、5,而15的确可以拆成 3×5 ,而且是唯一的,同时, $3=4-1$, $5=4+1$ 。结论更加明朗!还可以继续试一试。

继续试验,如果 $a=5$,那么 $a^2-1=25-1=24$,而24除1和自身外,有6个因子2、3、4、6、8、12,虽然24的确可以拆成 4×6 ,但是,并不是唯一的。结论迷茫了!再试一试。

继续试验,如果 $a=6$,那么 $a^2-1=36-1=35$,而

35 除 1 和自身外，只有两个因子 5、7，而 35 的确可以拆成 5×7 ，而且是唯一的，同时， $5=6-1$ ， $7=6+1$ 。

直到此时，我们可以作出猜测， $a^2-1^2=(a-1) \cdot (a+1)$ ，并由此进一步猜测 $a^2-b^2=(a-b) \cdot (a+b)$ 。

2. 当 $b=2, 3, 4, 5, 6$ 时， $a^2-b^2=(a-b) \cdot (a+b)$ 是否成立呢？

我们还需要分别研究 $b=2, b=3, b=4, b=5, b=6$ 的情况，比如， $b=3$ 的情形：

a^2-3^2 ：如果 $a=4$ ，那么 $a^2-9=16-9=7$ ， $7=1 \times 7=(4-3) \times (4+3)$ 。结论成立！

如果 $a=5$ ，那么 $a^2-9=25-9=16$ ， $16=2 \times 8=(5-3) \times (5+3)$ 。结论也成立！但是，16 也可以是 4×4 。

继续试验，如果 $a=6$ ，那么 $a^2-9=36-9=27$ ，而 27 除 1 和自身外，最为简单的分解方式是 3×9 ，而 $3=6-3$ ， $9=6+3$ 。结论已经开始明朗！

继续试验，如果 $a=8$ ，那么 $a^2-9=64-9=55$ ，而 $55=5 \times 11=(8-3) \times (8+3)$ ，而且是唯一的。结论更加明朗！

因而，可以推断，当 $b=3$ 时， $a^2-b^2=(a-b) \cdot (a+b)$ 也是成立的。

3. 可以考虑 $b=4, b=5, b=6$ 的情况， $a^2-b^2=(a-b) \cdot (a+b)$ 也能成立。

综合各种情况，我们猜测 $a^2-b^2=(a-b) \cdot (a+b)$ 。

按照多项式乘法法则 $(a+b) \cdot (m+n)=am+an+bm+bn$ ，取 $m=a$ ， $n=-b$ ，就可以得到 $(a-b) \cdot (a+b)=a^2-b^2$ 。而多项式乘法法则是可以左右逆用的，从而 $a^2-b^2=(a-b) \cdot (a+b)$ 的确成立。

至此，我们发现了一个新公式 $a^2-b^2=(a-b) \cdot (a+b)$ 。而这个公式是 $(a-b) \cdot (a+b)=a^2-b^2$ 的逆用。

上述过程是为了帮助每个学生都经历数学思考的过程，感悟“特例-猜想，特例-猜想→归纳、猜想一般结论→验证或者证明一般结论”的思维方式，获得直接的经验和体验，建构真正的数学理解，形成良好的数学直观，而相应的数学核心素养也伴随这个过程渐渐形成。

更一般地，核心素养为本的课程教材设计理念，旨在帮助学生亲身经历数学概念的抽象过程、数学公式法则的推导过程，亲身经历算理的逐级抽象过程，而不是仅仅停留在知识为本设计理念下的“以接受事实性知识 $a^2-b^2=(a-b) \cdot (a+b)$ 等为主要目的”。

在中小学数学课程教学中，提高学生的数学核心素养必须凭借数学化过程，其核心环节在于，从数学的视角发现问题、提出问题并加以分析和解决。

（三）培养学生的数学核心素养，亟须“核心素养为本的评价技术”及懂这些技术的中小学数学教师

当前，发展学生的核心素养，已经有了可以遵循的《中国学生发展核心素养》，而发展学生的数学核心素养，尚需研制相应的评价标准。与其同时，即使有了完善的评价标准，在日常教学中，教师也需要结合核心素养、数学核心素养及其相应评价标准，对学生评估的现有指标进行改良和优化，而不是全部摒弃现有的各项评价举措。

与其同时，我们应该认识到，学生的素养可以通过不同形式表现出来，而有些素养尚处在隐潜状态。因此，对学生核心素养的评价，耐心等待、延迟评价、注重真实情境，可能是必要的选择。

我们很高兴看到，2016年10月16日教育部考试中心网站权威发布《为什么要修订考试大纲？2017年高考考什么、怎么考？》，明确提出“必备知识、关键能力、学科素养、核心价值”四层考查目标，体现素养导向。

不仅如此，与其说当前改革的关键点在于学生发展核心素养，还不如说在于教师的专业素养。其中，教师的数学专业素养直接制约教师对于数学核心素养的识别和物化，而教育教学素养则直接制约教师教学水平的有效发挥与教育理念的实践物化。当前，我国中小学教师评价素养的缺失，严重影响了基础教育课程教学改革发展的进程。破解中国学生发展核心素养评价难题，^[30]更好地培养学生的数学核心素养，亟须研制核心素养为本的评价技术，

亟须培养懂这些技术的中小学数学教师。

【注释】

- [1][6][13]赵婀娜,赵婷玉.《中国学生发展核心素养》发布[N].人民日报,2016-09-14.
- [2][9][20]钟启泉.核心素养的“核心”在哪里——核心素养研究的构图[N].中国教育报,2015-04-01.
- [3][10]张华.论核心素养的内涵[J].全球教育展望,2016,(4).
- [4][27]马云鹏.关于数学核心素养的几个问题[J].课程·教材·教法,2015,(9).
- [5][28]华志远.数学核心素养的内涵与构成[J].教育研究与评论(中学教育),2016,(5);何小亚.学生“数学素养”指标的理论分析[J].数学教育学报,2015,(1);朱立明.基于深化课程改革的数学核心素养体系构建[J].中国教育学报,2016,(5);刘晓萍,陈六一.小学数学核心素养的构成要素分析[J].课程教学研究,2016,(4).
- [7] OECD(2005).The definition and selection of key competencies [Executive Summary][EB/OL]. Available online at: <http://www.oecd.org/redirect/dataoecd/47/61/3507367.pdf>.
- [8] Gordon, Jean et al.Key competences in Europe: Opening doors for lifelong learners across the school curriculum and teacher education, Case Network Reports[M].Warsaw, Poland:CASE-Center for Social and Economic Research on behalf of CASE Network 12 Sinkiewicza,2009:87.
- [11][29] 小编.定了!《中国学生发展核心素养》总体框架正式发布[J].人民教育,2016-09-13.
- [12] 林崇德.21世纪学生发展核心素养研究[M].北京:北京师范大学出版社,2016.
- [14] 孔凡哲.对两名优秀中学生数学学习状况的调查分析[J].中学数学教学参考,2000,(1-2).
- [15] 杜文平,陶文中.北京市初中学生数学学习状况的调查报告[J].北京教育学院学报,1999,(4).
- [16] 陈泽宇.农村初中学生数学学习状况调查报告[J].数学大世界(下旬),2016,(2).
- [17] 弗赖登塔尔.数学教育再探——在中国的讲学[M].刘意竹,杨刚,等.译.上海:上海教育出版社,1999.
- [18][19] 孔凡哲.学会数学化切实提升数学学科素养[J].小学数学教师,2015,(6);孔凡哲.学会数学化切实提升数学学科素养[J].小学数学教与学,2015,(9).
- [21][23] 孔凡哲,朱秉林.数学情感及其规律[J].数学教育学报,1993,(2).
- [22] 林崇德,罗良.情境教学的心理学诠释——评李吉林教育思想[J].教育研究,2007,(2).
- [24] 雅克·阿达玛.数学领域中的发明心理学[M].陈植萌,肖奚安,译.南京:江苏教育出版社.1989:28,85,87.
- [25] 徐利治,朱剑英,朱梧楹.数学科学与现代文明(上)[J].自然杂志,1997,19(1).
- [26] 李奕娜,刘同航.工具与文化之间的数学品格——模式观的数学本体论下对数学意义的探索[J].自然辩证法通讯,2013,35(1).
- [30] 孔凡哲.中国学生发展核心素养评价难题的破解对策[J].中小学教师培训,2017,(1).

(责任编辑:张蕾)

本刊严正声明

本刊版权归教育科学出版社所有。未经本刊书面许可,任何团体和个人不得以任何形式或手段,以本刊名义组稿或组织其他商业宣传活动;本刊从未收取过版面费和编辑费等任何形式的发表费用,也不允许任何组织、任何人以本刊名义向学校和教师收取任何费用。一经发现,本社将追究其法律责任。欢迎知情者来电或来函举报。

本刊实行匿名审稿制,审稿周期一般为三个月。如在三个月内未接到本刊的用稿通知,作者可另作处理。稿件一经发表,即致稿酬(含稿件内容上网服务报酬)和当期样刊两本。

本刊的投稿邮箱是 esr1203@sina.com, 别无其他信箱,请广大读者注意甄别,谨防上当。本声明解释权归教育科学出版社所有。

教育科学出版社