

【主持人语】近年来,“核心素养”已经成为教育领域最受关注的热点议题。就数学学科而言,数学核心素养的提出不仅是对数学教育意义的深度认识,也是对数学学科育人目标的重新定位。作为教学实践者的一线教师,除了关注数学核心素养的理念内涵,更需关注课堂应该如何改,教学应该怎样做,才能真正在日常教学中落实发展数学核心素养的育人目标。本期组稿聚焦数学核心素养,从数学学科必备品格和关键能力两个维度讨论了数学核心素养的培养途径,并提出了相应的教学建议:发展数学思考,培养创新意识;根植理性精神,培育理性气质;关注数学语言,强化理性表达;学会思维,让数学核心素养落地生根。

——陈 静

数学思考:学生必备的数学核心素养

刘娟娟

(南京晓庄学院教师教育学院,211171)

摘 要:数学思考作为一种深层次的、全面的思维活动,既是数学课程追求的目标,又是学生必备的数学核心素养。学会数学思考,是培养学生数学核心素养的目标,也是途径。数学思考的教学要打破程式化定势,从重视数学思考目标的确定、数学思考过程的延展、数学思考评价的实施等方面进行优化。

关键词:数学思考 思维活动 课程目标 核心素养

创新是一个国家和民族进步、发展的动力,培养具有创新意识和创新能力的人才才是现代教育的重要任务。数学教育也把培养学生创新意识作为基本任务,从义务教育阶段起,贯彻数学教育的始终,强调“独立思考、学会思考是创新的核心”。在数学教育实践中,让学生“学会思考”“学会数学地思考”正逐步为广大教师所重视。因此,明确数学思考的内涵,才有可能在教学中让数学思考真正

发生。

一、数学思考的内涵解读

(一)从思维活动过程的角度

“思考,就是进行比较深刻、周到的思维活动。”美国教育家约翰·杜威认为,思考是人们用心搜寻证据,确信证据充足,形成信念的思维过程。他进一步解释:“对于任何一个信念或假定的知识,均以积极的、执着的和用心的态度考虑它所依据的根据是否成立,若

成立,再考虑它所导致的进一步的结论,这就构成思考。”思考一旦开始,它就是一种自觉、自愿的思维活动,是要在可靠理由的基础上树立信念。教育应该关注的正是这样的思考。

数学思考,可以理解为从数学的角度展开的一种理性的、深层次的、全面的思维活动,也是形成正确数学信念或数学知识的过程。有学者认为,“数学思考的可能发展过程是:抽象;概括;特殊化(选择特例);符号化;分类;猜想(做一个有根据的猜测);数学地表达;证明;形成和检验假设;应用。”需指出的是,数学思考并不是自然发生的,特别是对于小学生而言,他们的思维处于发展之中,离不开教师的引领和指导。为此,教师应在讲授数学知识和方法的同时,鼓励学生开展数学思考。

例如,在《用数对确定位置》这一节课中,教师通过让学生确定教室中小军同学的位置,围绕“小军坐在什么位置?”“如何描述小军的位置?”“如何描述让同学们都明白?”“怎样简洁地表达小军的位置?”等问题展开思考,引导学生从多元表达走向统一规范的表达,从文字表达走向符号表达,使得学生的思维从主观走向客观,从具体走向抽象,从感性走向理性,逐步深入。这个过程就是数学思考。

(二)从数学课程目标的角度

美国、英国、澳大利亚、韩国等国都在数学课程标准或教学大纲中把“学会数学思考”作为其课程或教学目标。2001年,我国教育部颁发的《全日制义务教育数学课程标准(实验稿)》首次将“数学思考”作为数学课程目标,并将其与“知识技能、问题解决、情感态

度”三方面的目标组成密切联系、相互交融的有机整体。《义务教育数学课程标准(2011年版)》(以下简称“《标准》”)中沿用2001年版实验稿的表述,将数学思考目标在具体陈述上作了进一步完善和修订,并在总目标和学段目标中分别进行阐述。

《标准》在课程总目标中将“数学思考”解读为“运用数学的思维方式进行思考”,在具体阐述中,除了要求学生“学会独立思考,体会数学的基本思想和思维方式”,还重点强调发展学生的形象思维、抽象思维、合情推理和演绎推理能力。这是因为,一方面,在整个小学阶段,学生思维的主要形式正逐步从形象思维过渡到抽象思维,这种“过渡性思维”同时具有具体形象的成分和抽象概括的成分,它们之间的关系随着年级的增长而发生变化。学生的思维结构逐步完善,思维过程日趋完整。另一方面,数学具有高度的抽象性、严密的逻辑性和广泛的应用性,小学阶段的数学也同样具备这样三个特点,只是在程度上存在深浅差异。小学生在学习数学的过程中,需要借助形象思维、抽象思维、逻辑思维等展开思考;同时,数学思考的过程也促进了学生抽象思维、逻辑思维的发展。

当然,数学思考的课程目标并不是一下子就能够达成的,它需要有计划、有步骤、有方法的逐步落实。因此,需要建立“课程总目标—学段目标—单元教学目标—课堂教学目标”的数学思考目标体系,促使数学思考的课程目标变抽象观念为具体可操作的行为。

(三)从数学核心素养的角度

数学核心素养可以被认为是学生应该具备的适应终身发展和社会发展需要的数学必备品格和关键能力。小学阶段的数学核心素

养围绕《标准》的十个核心词展开。数学课程标准修订组组长史宁中教授将数学学科的核心素养解读为三句话：用数学的眼光观察现实世界，用数学的思维分析现实世界，用数学的语言表达现实世界。并将这三句话与《标准》中的十个核心词联系在一起，数学的眼光，就是要强调数学抽象——具体表现为符号意识、数感、几何直观、空间想象；数学的思维，就是要强调逻辑推理——具体表现为推理能力、运算能力；数学的语言，就是要强调数学模型——具体表现为模型思想、数据分析观念。由此，构建了数学核心素养的体系。

从以上数学核心素养体系看，小学阶段数学思考的课程目标正是围绕数感、符号意识、空间观念、几何直观、数据分析观念、运算能力、推理能力等若干核心词展开阐述。可以这样说，数学思考就是用数学的眼光看问题，用数学的思维想问题，用数学的表达交流问题，它是数学核心素养的内隐特质，是数学核心素养的灵魂，始终贯穿于数学核心素养的培养之中。

综上所述，数学思考作为一种深层次的、全面的思维活动，既是数学课程追求的目标，又是学生必备的数学核心素养。学会数学思考，是培养学生数学核心素养的目标，也是途径。

二、数学思考的教学建议

数学思考的重要性毋庸置疑，正如郑毓信教授所说：“这应当成为具体判断一堂数学课成功与否的一个主要标志，即其是否有效地促使学生更积极地去进行思考，并能逐步学会想得更深、更细、更合理、更有效！”教师应以数学核心素养的养成为愿景，构建数学课程目标序列体系，进而在数学教学中真正落实数学思考。

然而，目前数学思考的教学并不容乐观，有人指出，“学材程式化、思维标准化、语境小众化、思考零碎化”难以促使数学思考真正发生；也有人指出，“学生依赖记忆而不是依据思维去解决数学问题”……笔者在教学一线也经常发现，课堂中“短、平、快”的思考较多，需要长时间的慢思考较少，教师对学生数学思维品质的培养也不够关注。基于此，笔者建议，数学思考的教学要打破程式化定势，从重视数学思考目标的确定、数学思考过程的延展、数学思考评价的实施等方面进行优化。

（一）重视数学思考目标的确定

目标在教学中起着导向作用，教师一定要有数学思考的目标意识。然而，在实际教学中，很多教师确定数学思考目标时比较随意。以“角的初步认识”内容为例，下面是笔者搜集的两例具有代表性的教学目标：

【例1】

1. 结合生活情境认识角，感受角与生活的密切联系；
2. 能说出角的各部分名称，会画角，并且知道角有大有小；
3. 培养观察能力、动手操作能力和口头表达能力；
4. 通过小组合作学习，培养团结协作精神和集体创新意识。

【例2】

1. 经历从现实情境中抽象出角的过程，了解角的组成及各部分名称，知道角是有大小的，能在平面图形中辨认角，能正确地指出物体面上的角；
2. 在认识角的过程中进一步体会数学与生活的密切联系，增强动手操作的能力，发展空间观念，提高学习数学的兴趣。

不难发现,两个案例中所确定的知识技能目标基本一致,但例1中数学思考目标的表述很不明确,例2中的数学思考目标也比较空洞。

事实上,确定“角的初步认识”的数学思考目标时,教师不但要参考《标准》中的“结合生活情境认识角”这一要求,还要结合课程总目标和学段目标中的数学思考部分。可确定如下数学思考目标:

经历从实物上的角抽象出几何图形中的角,从几何图形中的角想象实物上的角的过程,在观察、操作等活动中,发展空间观念和形象思维。

目标确定后,可进一步分析、挑选甚至创造与之相匹配的学习任务。仍以“角的初步认识”内容为例,教师可以挑选一些具体任务,如“在实物上找角(抽象)”“用自己的话来表述什么是角(概括)”“闭上眼睛想角(想象)”“在生活中辨析角(判断、推理)”“动手操作角(直观形象)”等,进一步明确数学思维活动的方式,使数学思考目标更易落实。

(二)重视数学思考过程的延展

数学思考是深入的、全面的思维过程,引发学生的数学思考也是一个潜移默化的过程,相应地,学生的数学思考也是一个动态发展的过程。因此,教师需要设计富有启发性和挑战性的问题,营造自由质疑和阐述观点的宽松氛围,给学生提供充分参与数学活动的机会,以此延展学生数学思考的过程。

这里,笔者还想特别强调三点:

一是教师要善于捕捉、展示学生高水平的数学思考,并进行示范,让学生有学习的榜样;同时,教师自身也要在教学的重难点、关键处进行点拨和引导。当然,这对教师提出

了更高的要求,需要教师加强对数学思考的认识,并将其转化为课堂中的执行力。

二是教师对学生要有“给出解释、说明、举例”等方面的要求,以促进思考的深度和广度,同时也要训练学生将内部语言转化为外部语言,培养学生的表达能力。

三是教师要有意识地引领与点拨学生进行反省性思考,即对自己思考的过程进行有目的地反思,以提升思考的完整性和有效性,促进批判性思考。

例如,研究例题“王大叔用22根1米长的木条围成一个长方形花圃,怎样围面积最大”时,教师先让学生试着摆出一个符合要求的长方形,再要求学生找出全部的围法,然后小组交流,全班汇报。汇报中,教师首先呈现找到3种围法的答案(如图1),再呈现找到5种围法的答案(如图2),比较所得结果和方法,让学生体会:思考需完整。

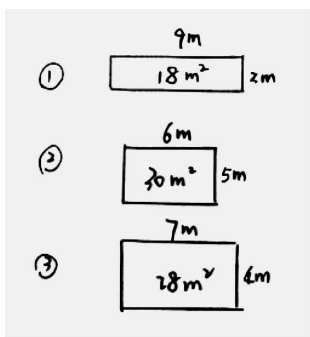


图1

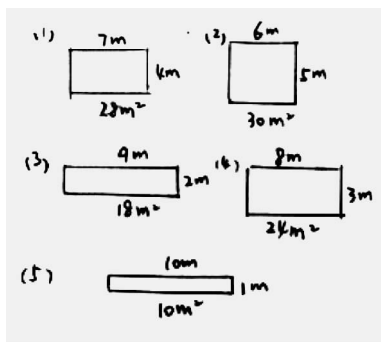


图2

教师又呈现另外 5 种不同围法(如图 3), 引导学生思考“同样是 5 种不同的围法, 但是在找的过程中有什么不同”“更欣赏哪一种”, 从而让学生体会: 思考要按顺序, 这样才不容易遗漏。之后, 呈现图 4, 提问: “同样是有序地找, 可是这位同学为什么找到了 10 种围法?” 让学生体会: 在有序思考的同时, 还要注意不重复。

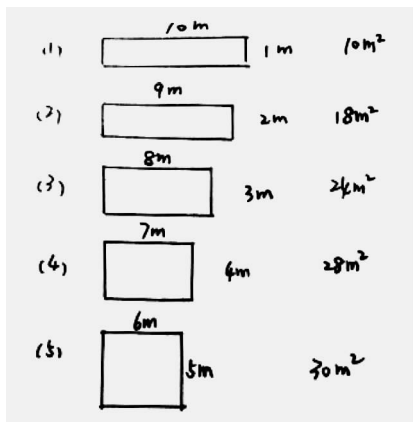


图 3

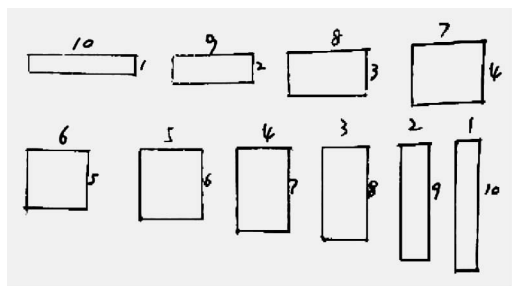


图 4

接着, 教师提问: “除了画图, 还有用其他形式来找的吗?” 由此引出用列表的形式找到所有的围法, 提问: “虽然形式不一样, 但是与画图相比有什么相同的地方? 又有什么不同?” 让学生体会: 二者都要有序思考, 但是列表更加简洁明了。

最后, 教师引导学生思考: “回顾刚才的学习过程, 想一想我们是怎样解决这个问题的?” 进而明确: 不管是画图还是列表, 把各种

围法都一一列举出来再进行比较, 这种解决问题的策略叫作“一一列举”。再让学生反思: 使用列举策略时要注意些什么?

以上教学, 教师在呈现不同围法的过程中, 让学生的数学思考经历了从不全面到全面、从无序到有序、从复杂到简单的优化过程, 最后通过反思整个过程, 学生说出: “列举可以帮助我们不重复、不遗漏地找到符合条件的所有答案, 列举时要按照一定的顺序进行思考。”这也说明整个教学过程有效地促进了学生的数学思考。

(三) 重视数学思考评价的实施

让学生的思维走向灵活、敏捷、深刻和创造是数学思考的追求, 也应成为学生数学思考评价实施的重要指标。小学生思维的灵活性表现为思考过程流畅, 能够通过联想进行正向或逆向、横向或纵向等多角度的思考; 思维的敏捷性表现为学生思维活动速度快捷; 思维的深刻性是指学生在数学学习过程中, 能全面、深入地理解问题和解决问题, 善于抓住事物的本质规律和内在联系; 思维的创造性则表现为学生有求异、求新的意念, 思维发散水平比较高, 新颖性较强。

在实际教学中, 练习是重要的日常评价方式, 是学生独立思考、知识转化为技能、提升思维品质的重要环节, 教师应该重视练习的设计。在设计中, 除了考虑练习的层次性、针对性、多样性, 还要特别注重培养学生的思维品质。

例如, 学完“一一间隔排列”的内容后, 教师设计了如下三个层次的练习——

第一层次: 说一说。

在下面的一一间隔排列中, 两端物体是 (), 排列中两种物体的个数有什么关系?

(1) A B A B A B …… A B;

(2) □ ▲ □ ▲ □ ▲ …… □ ▲ □。

这个练习与例题密切相关,难度不大,目的是训练学生快速解决问题的能力,提升学生思维的敏捷性。

第二层次:想一想。

(1)在下面每两个数字之间插入一个“+”号,一共要插入()个。

1 2 3 4 5 6 7 8 9=

(2)在“1、2、3、4、5、6、7……1 000”这串数中,单数有()个。

(3)字母 A 和 B 间隔一一排列,已知 A 有 4 个,B 可能有()个。

这组练习中的“中间物体”在变化,需要学生展开想象,灵活地判断出“中间物体”是什么,训练思维的灵活性。尤其是最后一题,答案不止一个,需要学生全面考虑各种情况,有助于培养学生思维的深刻性。

以上两个层次的练习不断变化一一间隔排列的物体,从字母、图形慢慢发展到数学符号、数学概念;所求的问题从个数之间的关系到某种物体的具体个数;答案从唯一到多样……在潜移默化中引领学生思维走向灵活、敏捷和深刻。

第三层次:排一排。

用黑、白棋子按要求设计出不同的一一间隔排列:

(1)黑棋子和白棋子的个数同样多。

(2)黑棋子比白棋子多一个。

(3)白棋子比黑棋子多一个。

解决这个问题时,学生要思考黑白棋子的个数、排列方式,不仅需明白一一间隔排列的内涵和类型,还要会根据要求进行选择和设计,逆向运用规律。这样的练习可培养学生的逆向思维能力,激发思维的独创性。

上一节数学课容易,可是上一节有数学思考的课却不容易。教学生学会数学思考,发展数学思维,是每位数学教师的职责所在。课堂上,用目标引领,用过程保障,用评价护航,必定会让学生的数学思考真正发生。

参考文献:

[1]【美】约翰·杜威.我们如何思维[M].伍中友译.北京:新华出版社,2014.

[2]【英】J. L. Martin.教与学的新方法·数学[M].马丁,王嵘译.北京:北京师范大学出版社,2004.

[3]中华人民共和国教育部.义务教育数学课程标准(2011年版)[S].北京:北京师范大学出版社,2012.

[4]苏兴震.从数学思考出发,有效提升数学核心素养[J].江苏教育研究,2016(32).

[5]杨友平.数学思考力:在“自然境遇”中自由生长[J].江苏教育研究,2015(10).

[6]朱小平,魏光明.学会思维:培育数学核心素养的应有视角[J].教育研究与评论(小学教育教学),2016(9).

[7]张桃兄,朱孝兵.“角的初步认识”教学实录与评析[J].小学数学教育,2016(6X).